

Market e Credit Risks: Modelli e Governance

Università “La Sapienza” e STAT-Pro

Roma, 22 giugno
2007

Risk Parity Portfolios

- Asset Allocation Tradizionale
- Return Parity Portfolios
- Risk Parity Portfolios

Claudio Boido

Giovanni Fulci, FRM

Risk parity portfolios

Obiettivo del contributo:

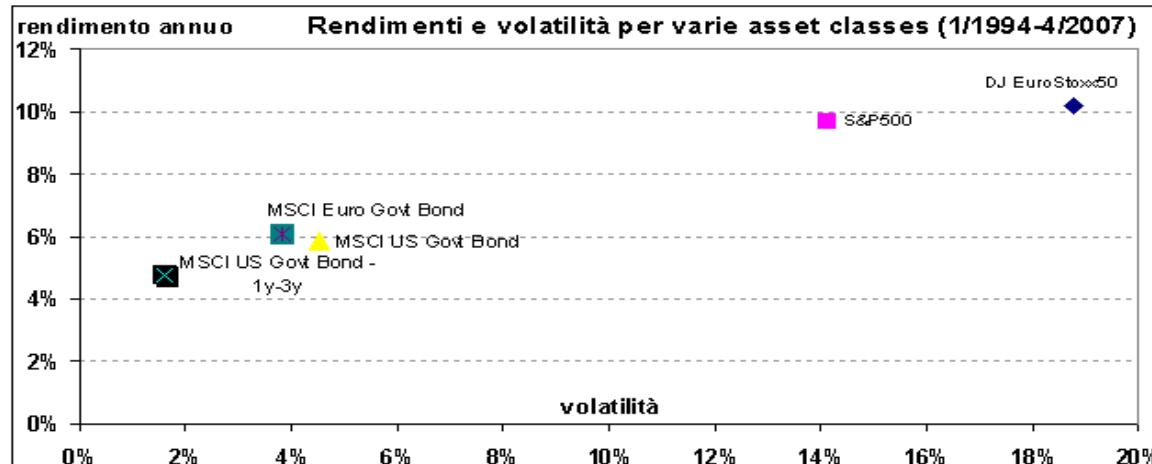
- Descrizione di metodiche non-tradizionali di costruzione di beta portfolios (ossia di portafogli costruiti intorno al beta delle singole asset classes).

Al fine di rispondere alle seguenti domande:

- E' possibile ottenere una migliore diversificazione di portafoglio rispetto a quella ottenibile con il classico approccio a là Markowitz?
- E' necessario accettare il "formato" con il quale le asset classes sono disponibili?
- La quasi totalità dei processi d'investimento ruotano intorno all'asset allocation tradizionale, con le linee guida d'investimento e/o i mandati che proibiscono il leverage (completamente oppure, ad es., non più del 10% di leva) al fine di contenere il rischio? Ma il leverage aumenta il rischio di portafoglio?

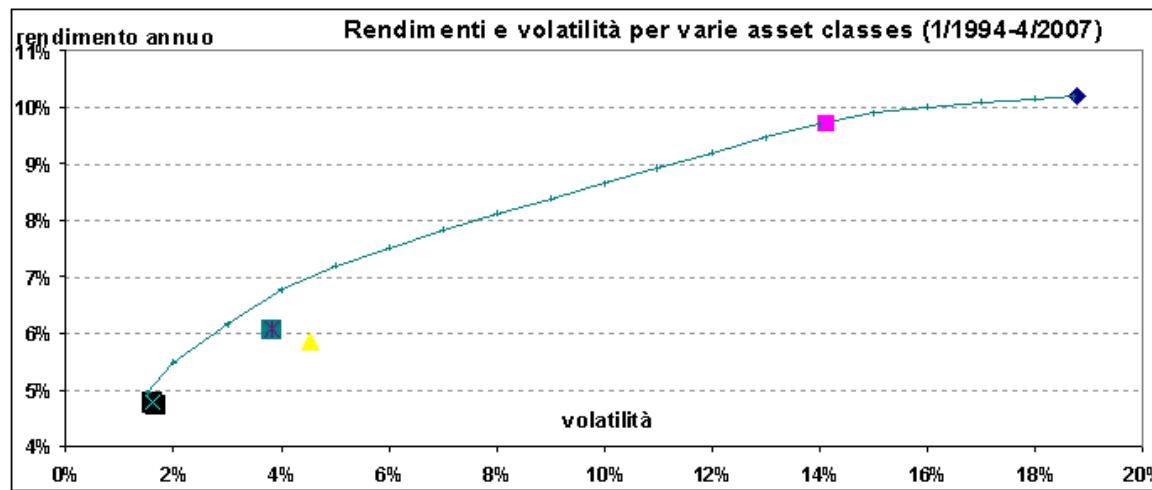
Asset Allocation tradizionale

Approccio tradizionale all'asset allocation: dati i rendimenti (systematic risk premium) delle singole asset classes, le volatilità e le correlazioni si costruiscono i portafogli “di frontiera”. Da questi portafogli ci si attende di estrarre i long-run risk premia dei singoli assets che li compongono.



Rendimento e rischio di differenti asset classes (1/1994 - 4/2007)

Asset class	asset return	asset vol	sharpe ratio
MSCI US Govt Bond	5.8%	4.5%	0.48
MSCI Euro Govt Bond	6.1%	3.8%	0.63
MSCI US Govt Bond - 1y-3y	4.8%	1.6%	0.69
Risk Free (tassi euro 3mesi)	3.7%	0.3%	na



Costruzione frontiera:

$$\sigma_P = (w^\top \Omega w)^{\frac{1}{2}} = \sum_i w_i^2 \sigma_{ii} + \sum_i \sum_{j \neq i} w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\mu_P = w_i^\top \mu_i$$

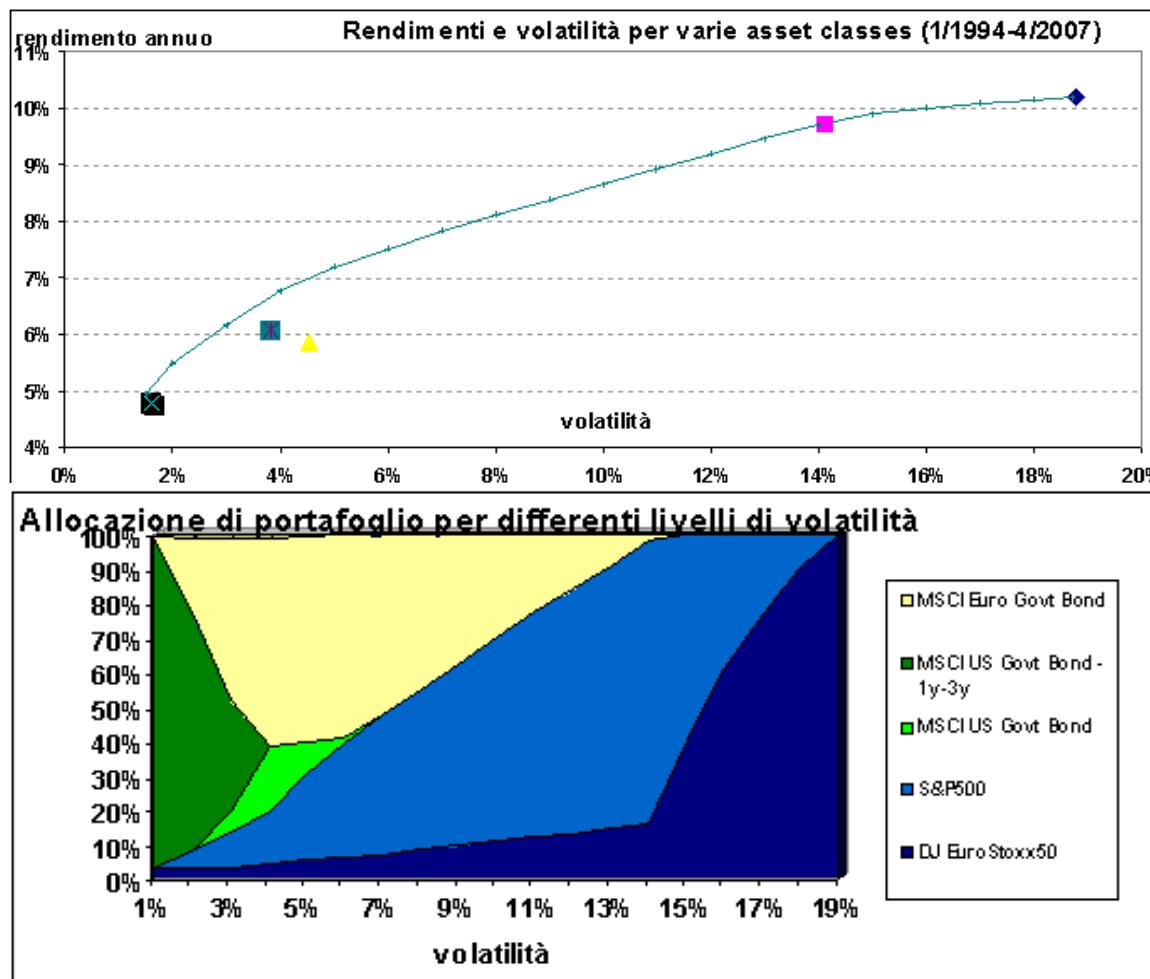
$$\text{Min } \sigma_P$$

$$\text{s.t. } \mu_P = \text{target}$$

$$w_i \geq 0$$

$$\sum_i w_i = 1$$

Asset Allocation tradizionale



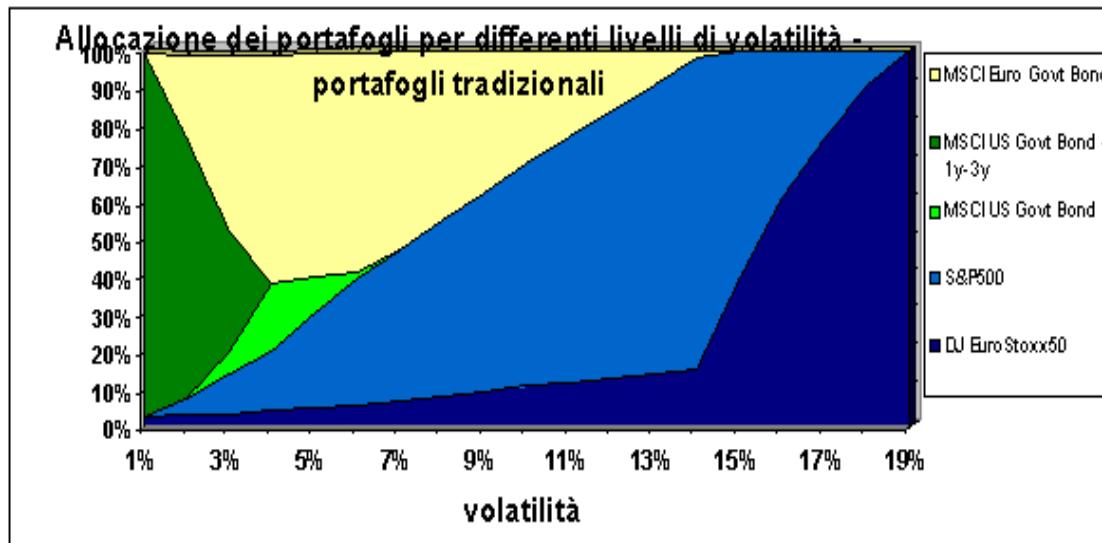
I portafogli ottenuti sono veramente “diversificati”?

Qual è il comportamento di un tipico portafoglio “bilanciato” (es. 50% azioni, 50% obbligazioni)?

I portafogli di frontiera sono effettivamente diversificati dal punto di vista dei contributi al rischio dei singoli assets che li compongono?

E’ possibile costruire portafogli più efficienti (ossia con migliori rapporti di rendimento/rischio)?
Con quali metodiche?

Asset Allocation tradizionale



Con l'approccio tradizionale, per ottenere rendimenti maggiori si è forzati a **costruire portafogli dominati dalla concentrazione sulle asset classes più rischiose (azioni)**.

Risultato: portafoglio dominato da un unico beta, quello del mercato azionario (nonostante si abbiano a disposizione differenti mercati nei quali investire)

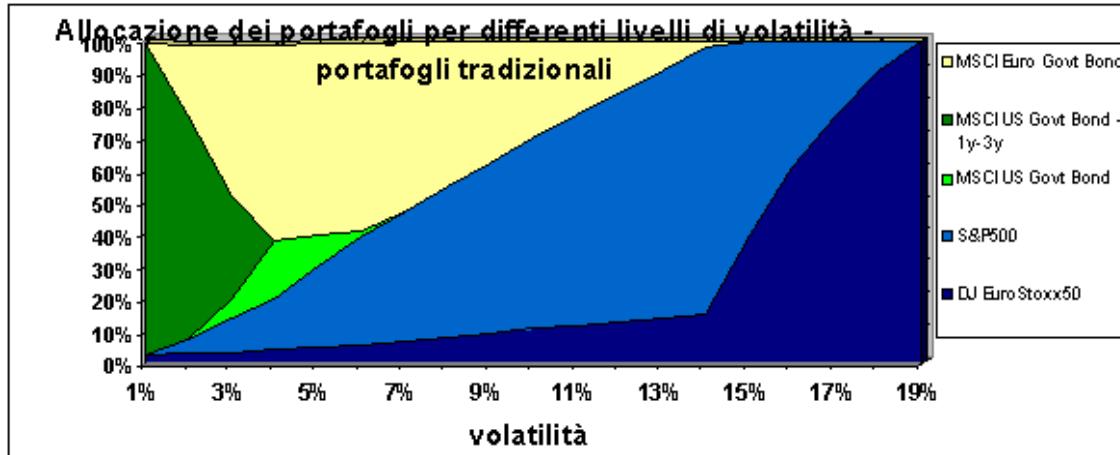
Correlazione dei rendimenti mensili dei portafogli "tradizionali" mean-variance con i rendimenti di indici azionari

Portafoglio n.	Volatilità	correlazione dei rendimenti con:		Allocazione %	alle differenti asset class					totale
		S&P500	DJ Euro Stoxx 50		DJ Euro Stoxx 50	S&P500	MSCI US Govt Bond	MSCI US Govt Bond - 1y-3y	MSCI Euro Govt Bond	
1	1.5%	0.17	0.08	3%				97%		100%
2	2.0%	0.52	0.43	3%	5%			69%	23%	100%
3	3.0%	0.61	0.50	3%	10%	6%		32%	48%	100%
4	4.0%	0.68	0.56	4%	15%	18%			61%	100%
5	5.0%	0.85	0.72	5%	25%	9%			60%	100%
6	6.0%	0.92	0.77	6%	33%	2%			59%	100%
7	7.0%	0.95	0.81	7%	40%	0%	0%	53%	47%	100%
8	8.0%	0.97	0.82	8%	47%				45%	100%
9	9.0%	0.98	0.83	10%	53%				37%	100%
10	10.0%	0.99	0.84	11%	59%				30%	100%
11	11.0%	0.99	0.84	12%	65%				23%	100%
12	12.0%	0.99	0.85	13%	71%				16%	100%
13	13.0%	0.99	0.85	14%	77%				9%	100%
14	14.0%	0.99	0.85	16%	83%				2%	100%
15	15.0%	0.95	0.93	40%	60%					100%
16	16.0%	0.89	0.98	61%	39%					100%
17	17.0%	0.84	0.99	77%	23%					100%
18	18.0%	0.80	1.00	91%	9%					100%
19	18.7%	0.77	1.00	100%						100%

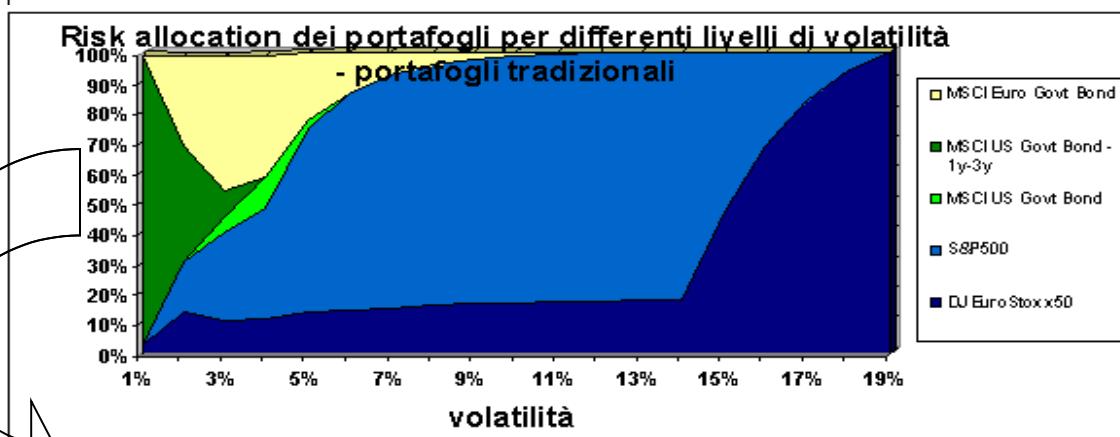
La **dominanza del rischio** delle asset class più rischiose è evidente anche su portafogli "bilanciati" (es 47% azioni; 53% obbligazioni: **correlazione con S&P500 pari a 0.95**)

Asset Allocation tradizionale

A parità di volatilità, la risk allocation è ben differente dall'Allocation nozionale degli assets



L'asset allocation



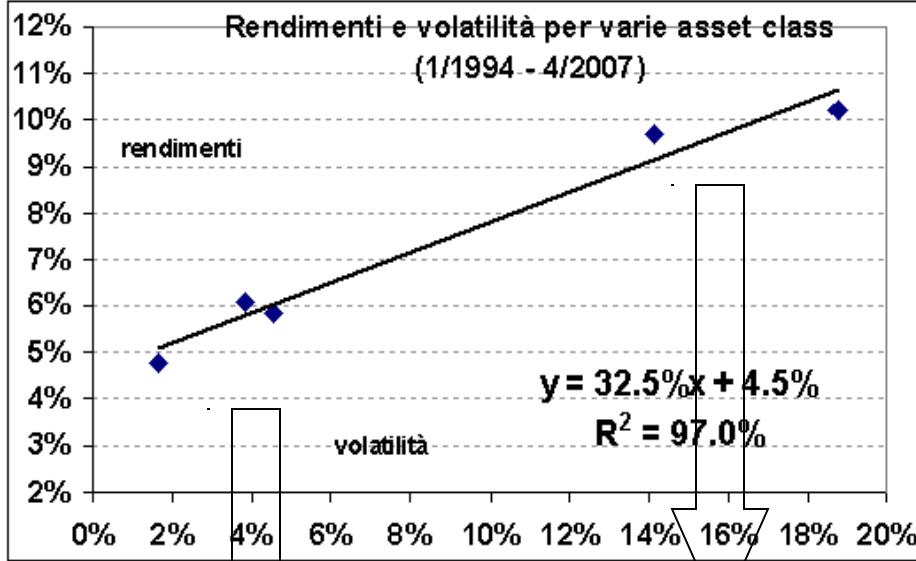
...e la corrispondente risk allocation (*)

% Risk allocation to asset "i" = Percentage Contribution To Risk (i) / Total Portfolio Risk

$$\sum w(i) * \text{Marginal Contribution To Risk (i)}: \sum \text{PCTR}(i) = \sum_i w_i \frac{d\sigma_p}{dw_i} = \sum_i w_i \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p} = \sigma_p$$

(*) Il rischio totale del portafoglio non è la somma dei rischi delle posizioni individuali, ma è la somma pesata degli impatti marginali sul rischio di portafoglio di piccoli incrementi % in ciascuna delle posizioni in portafoglio (derivata parziale del rischio di portafoglio vs i singoli asset weights). E' con tale analisi marginale che si ottiene poi la weighted la risk decomposition e quindi la risk allocation

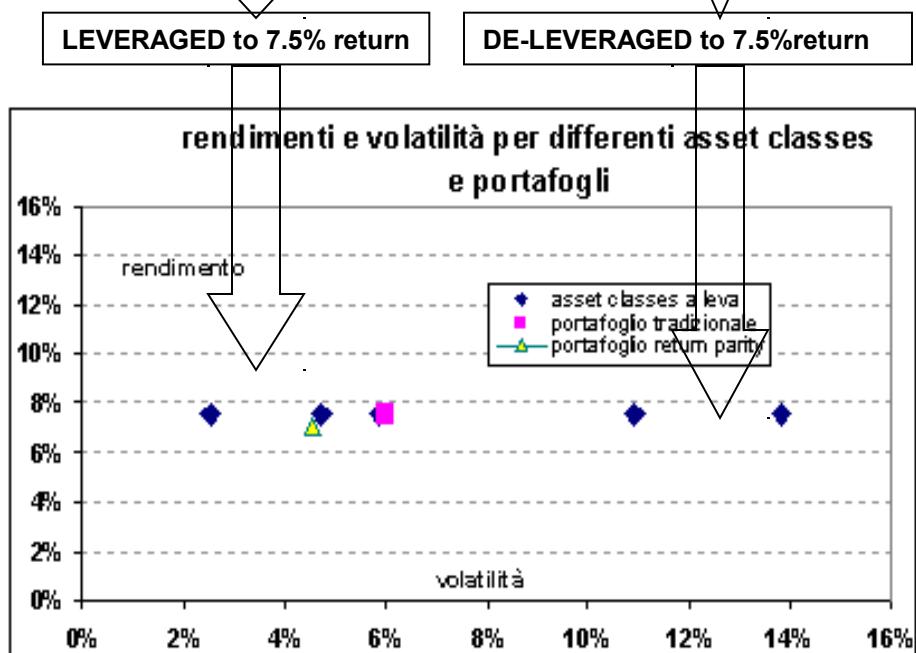
Return parity portfolios: pre-packaged asset classes?



Rendimento e rischio di differenti asset classes (1/1994 - 4/2007)

Asset class	asset return	asset vol	sharpe ratio
DJ EuroStoxx50	10.2%	18.8%	0.35
S&P500	9.7%	14.1%	0.43
MSCI US Govt Bond	5.8%	4.5%	0.48
MSCI Euro Govt Bond	6.1%	3.8%	0.63
MSCI US Govt Bond - 1y-3y	4.8%	1.6%	0.69
Risk Free (tassi euro 3mesi)	3.7%	0.3%	na

Le asset class a più elevato rendimento hanno anche maggior rischio e la relazione tra rischio e rendimento è tendenzialmente lineare.



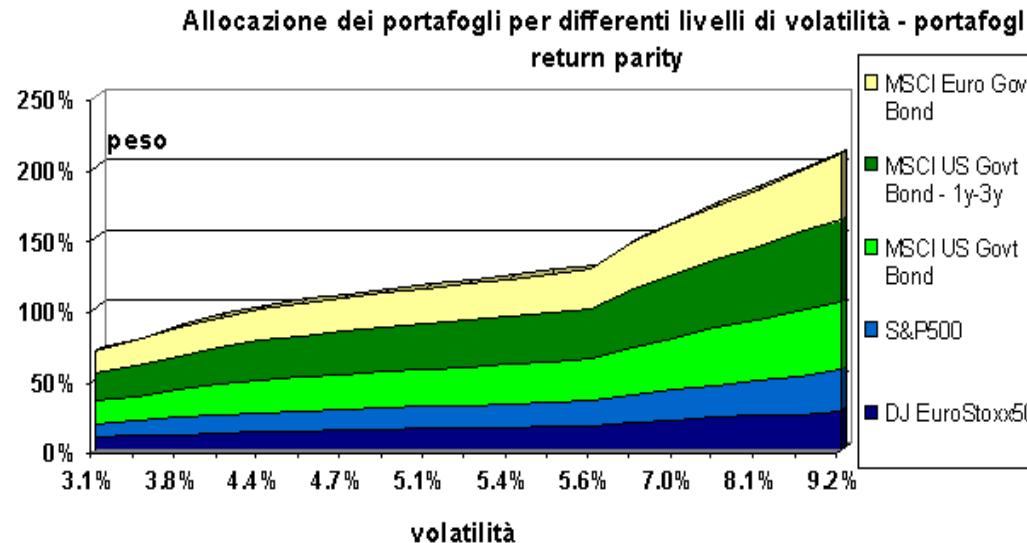
Le asset class a minor rendimento possono essere leveraged per avere lo stesso rendimento delle asset class più rischiose e viceversa.

LEVERAGE IS THE ASSET CLASS EQUALIZER

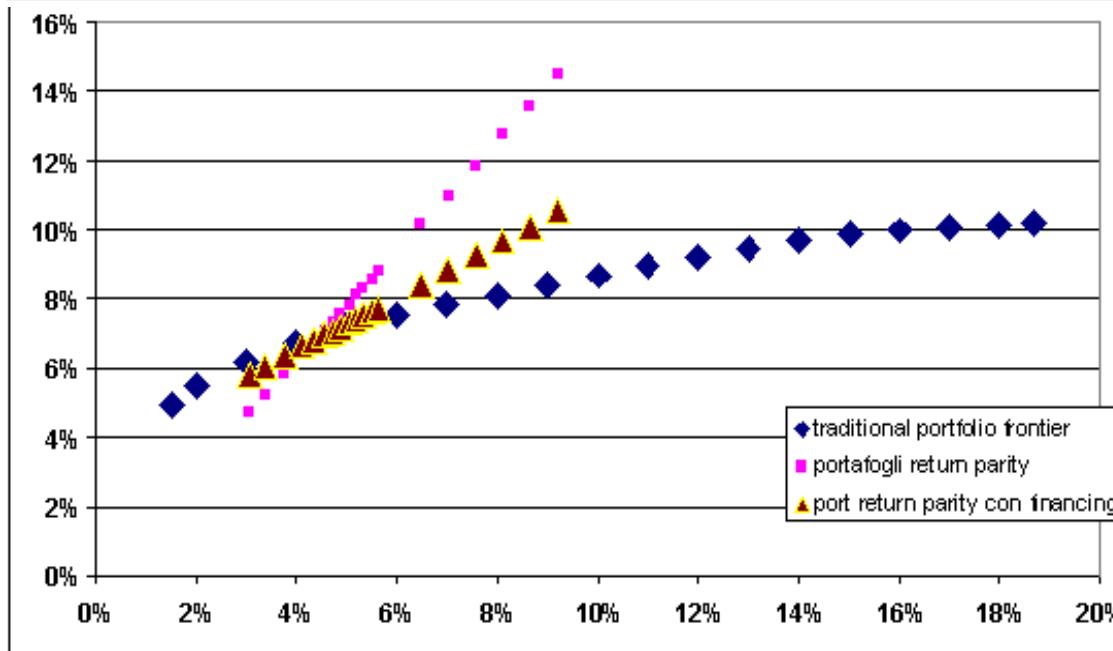
Come nel **portable alpha** è possibile il decoupling e la separazione dell'alpha dall'asset class nel quale è generato, così i **return parity portfolios** non accettano il formato pre-packaged con il quale le asset classes sono disponibili (grafico sopra) ma il rendimento-rischio delle stesse viene aggiustato mediante leverage-deleverage (grafico sotto)

Return parity portfolios: leverage = maggior rischio?

Verifica tramite costruzione portafogli con stesso rendimento dei portafogli tradizionali



In assenza di **leverage constraints**, alla crescita del rischio del portafoglio la diversificazione non si riduce (ossia non ci si concentra solo su un beta, quello dell'azionario), ma il portafoglio rimane diversificato tra tutte le possibili beta exposures (cfr grafico a fianco).

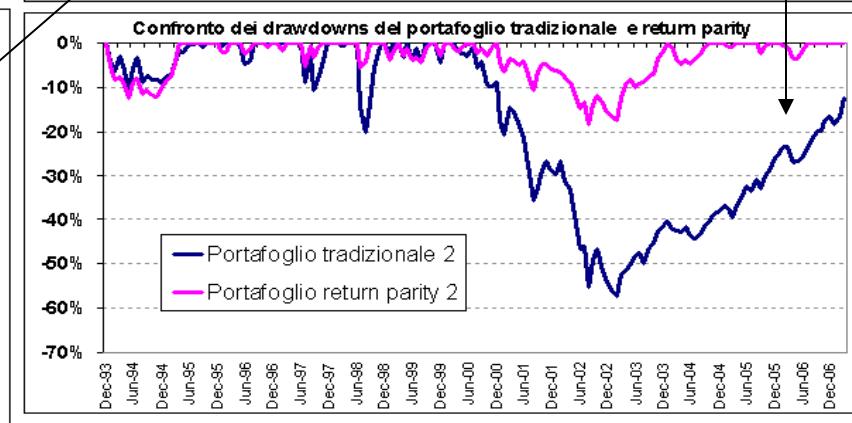
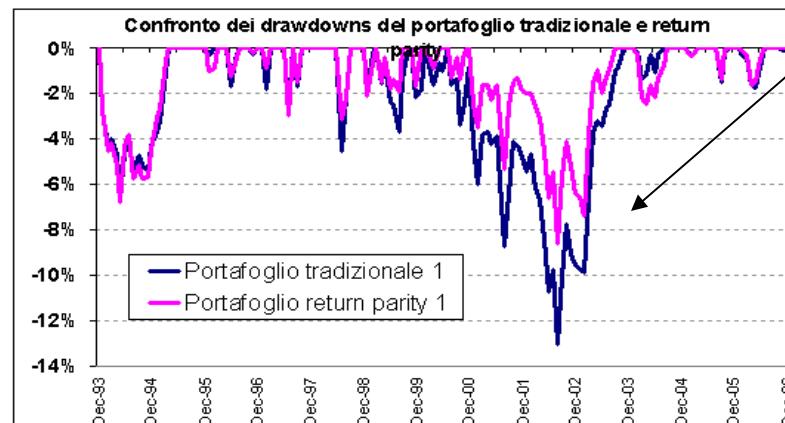
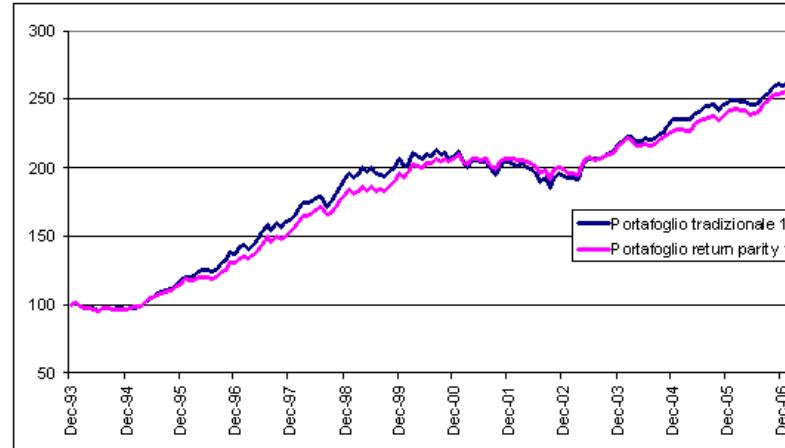


- Paradossalmente i return parity portfolios sono:
 - ✓ **più rischiosi** di quelli tradizionali per bassi livelli di rischio;
 - ✓ **meno rischiosi** per livelli di rischio più elevati (cfr grafico a fianco)
- La frontiera return parity è lineare, ossia **si investe in un risk-adjusted ratio fisso**
- Ciò che differenzia tra loro i portafogli return parity è il **grado di leverage applicato**
- L'unico requisito è che i **ritorni attesi** delle singole asset classes siano **maggiori del cost of financing** (es risk free rate)

Return parity portfolios: rischio vs portafogli tradizionali (a parità di rendimento)

Confronto tra portafogli efficienti tradizionali e portafogli return parity				
lati mensili da 1/1994 ad 4/2001	Portafoglio tradizionale 1	Portafoglio return parity 1	Portafoglio tradizionale 2	Portafoglio return parity 2
rendimento annuo (%)	7.5%	7.5%	10.1%	10.0%
volatilità	6.0%	5.4%	17%	9.21%
sharpe ratio (risk free = 3.62%)	0.65	0.72	0.38	0.69
max drawdown	-13.0%	-8.63%	-57.5%	-18.39%
pesi delle asset classes				
DJ EuroStoxx50	6%	16%	76.7%	27.50%
S&P500	33%	17%	23.3%	28.91%
MSCI US Govt Bond	2%	28%		48.02%
MSCI US Govt Bond - 1y-3y		34%		58.56%
MSCI Euro Govt Bond	59%	27%		46.16%
totale	100%	122%	100%	209%

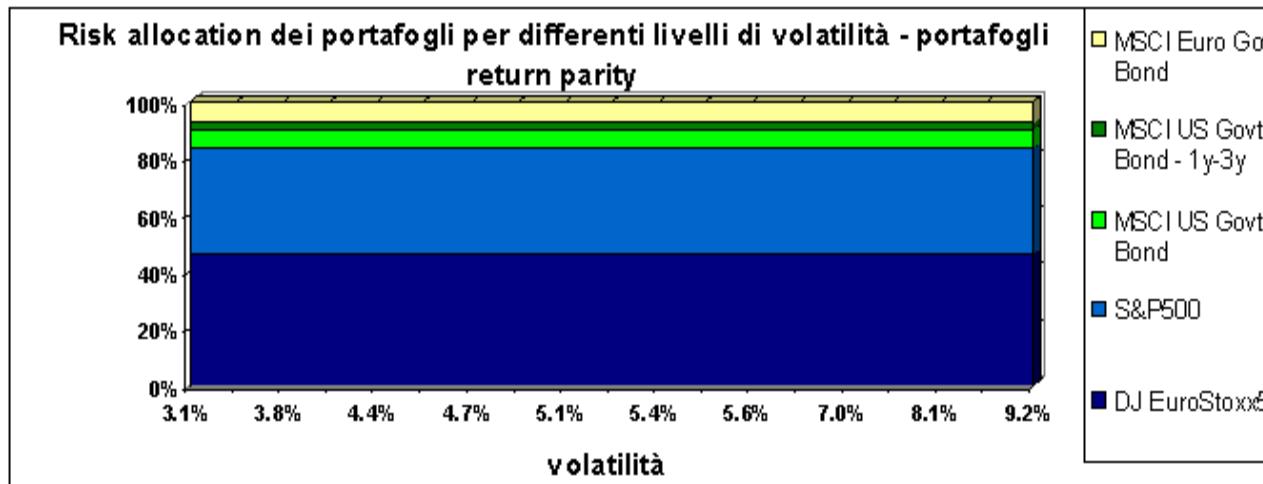
(*) al netto degli eventuali financing cost nel caso di portafogli return parity



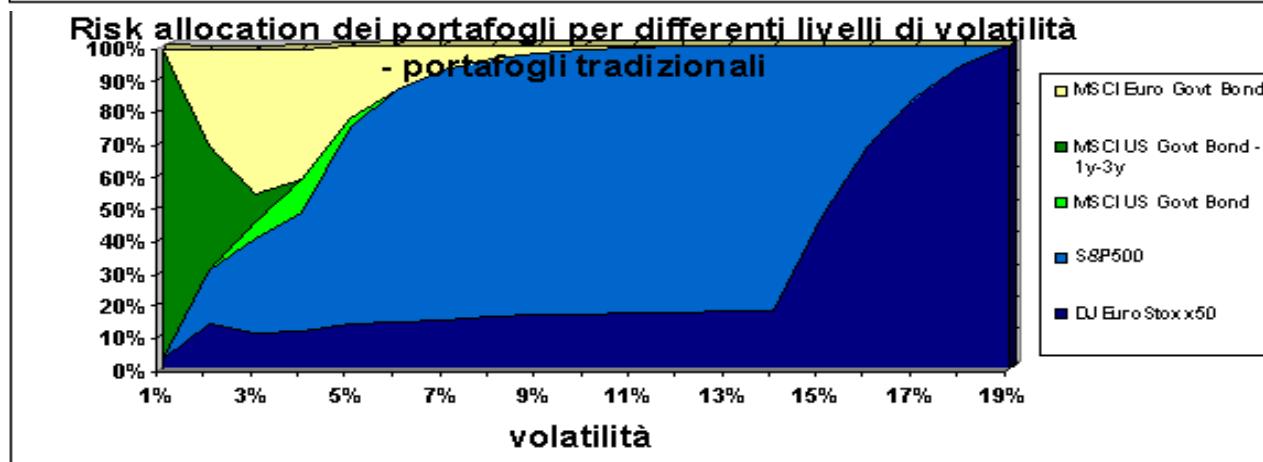
Leverage vs volatilità e drawdowns

Return parity portfolios: risk allocation vs portafogli tradizionali

% risk allocation dei return parity portfolios vs % risk allocation dei portafogli tradizionali



Portafogli return parity



Portafogli tradizionali

La risk allocation dei return parity portfolios è:

1. stabile,
2. sempre diversificata tra tutti i risk premium disponibili,
3. ma con il limite di una contribuzione al rischio derivante dall'equity ancora dominante (sebbene di 10 grandezza inferiore rispetto ai portafogli tradizionali)

Risk parity portfolios

E' possibile costruire portafogli con allocazioni del rischio ugualmente pesate tra tutti i risk premium (beta) disponibili? Con quali benefici e quali svantaggi?

2 modalità:

1. Equal % Contribution to Total Risk (Equal PCTR)
2. Risk parity: $\text{weight}(i) \times \text{volatility}(i) = \text{costante}$

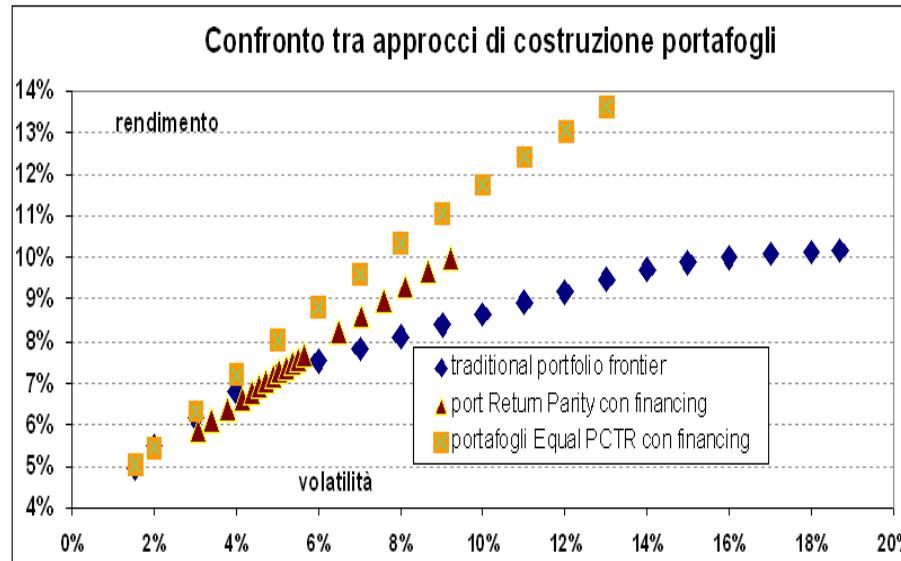
Verifica tramite la costruzione di portafogli con **stesso rischio dei portafogli tradizionali**, ma con pesi nozionali derivanti dai 2 approcci sopra menzionati.

Risk parity portfolios

1. Equal % Contribution to Total Risk (Equal PCTR)

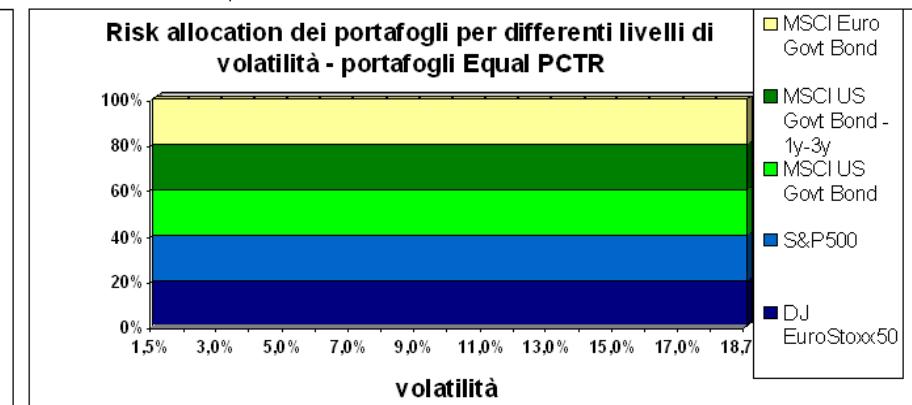
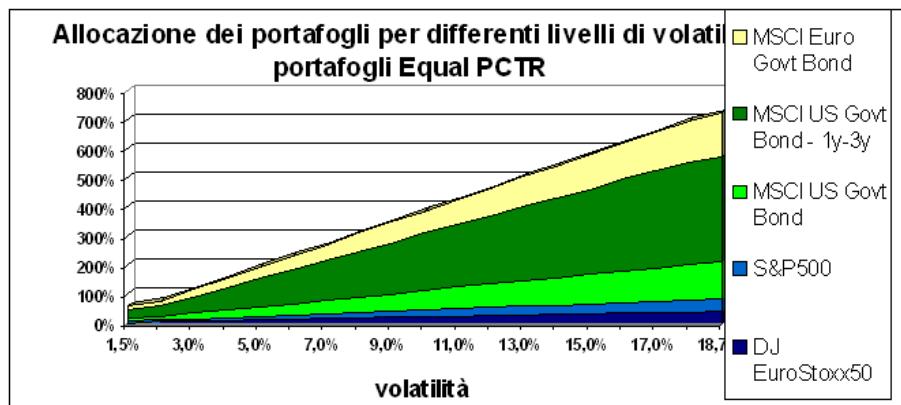
2. Risk parity: weight(i) x volatility (i) = costante

Verifica tramite la costruzione di portafogli con **stesso rischio dei portafogli tradizionali**, ma con pesi nozionali derivanti dall'approccio Equal MCTR.



□ **Allocazione ammontari nozionali**

□ **Allocazione del rischio**

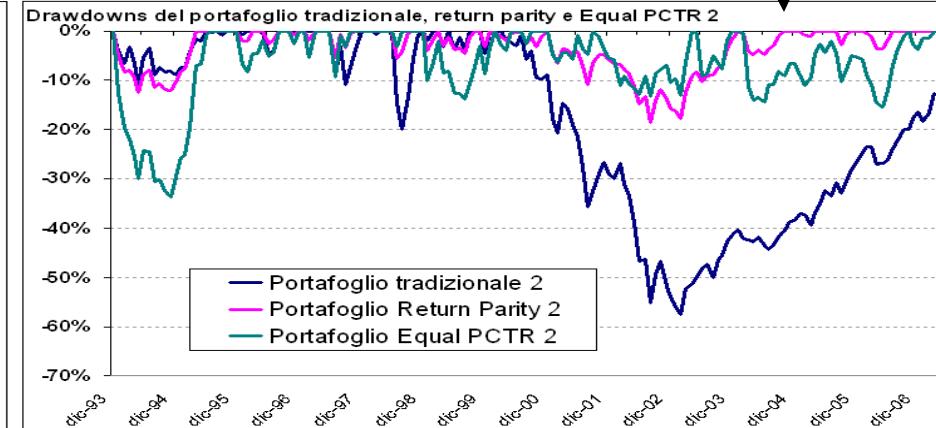
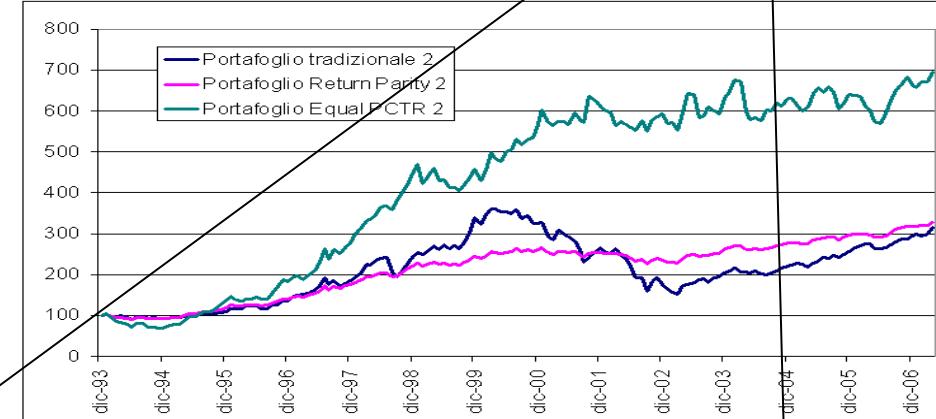
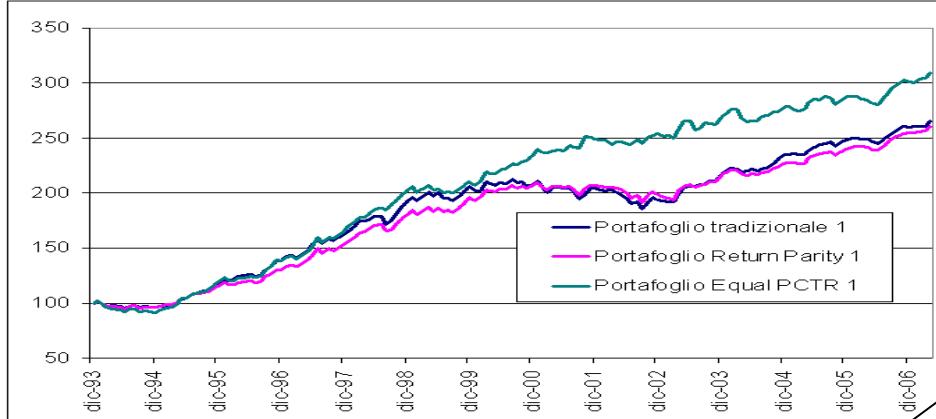


Risk parity portfolios 1. Equal % Contribution to Total Risk (Equal PCTR)

Confronto tra portafogli efficienti tradizionali, portafogli return parity e portafogli Equal PCTR						
lati mensili da 1/1994 ad 4/2000	Portafoglio tradizionale 1	Portafoglio return parity 1	Portafoglio Equal PCTR 1	Portafoglio tradizionale 2	Portafoglio return parity 2	Portafoglio Equal PCTR 2
rendimento annuo (%)	7,5%	7,5%	8,8%	10,1%	10,0%	15,6%
volatilità	6,0%	5,4%	6,0%	17%	9,2%	17,0%
sharpe ratio (risk free = 3,62%)	0,65	0,72	0,87	0,38	0,69	0,71
max drawdown	-13,0%	-8,63%	-10,56%	-57,5%	-18,39%	-33,61%
pesi delle asset classes						
DJ EuroStoxx50	6%	16%	13%	76,7%	28%	36%
S&P500	33%	17%	14%	23,3%	29%	41%
MSCI US Govt Bond	2%	28%	40%		48%	115%
MSCI US Govt Bond - 1y-3y		34%	118%		59%	333%
MSCI Euro Govt Bond	59%	27%	47%		46%	134%
totale pesi	100%	122%	232%	100%	209%	659%

(*) al netto degli eventuali financing cost nel caso il totale dei pesi sia >100%

Leverage vs volatilità e drawdowns



Risk parity portfolios

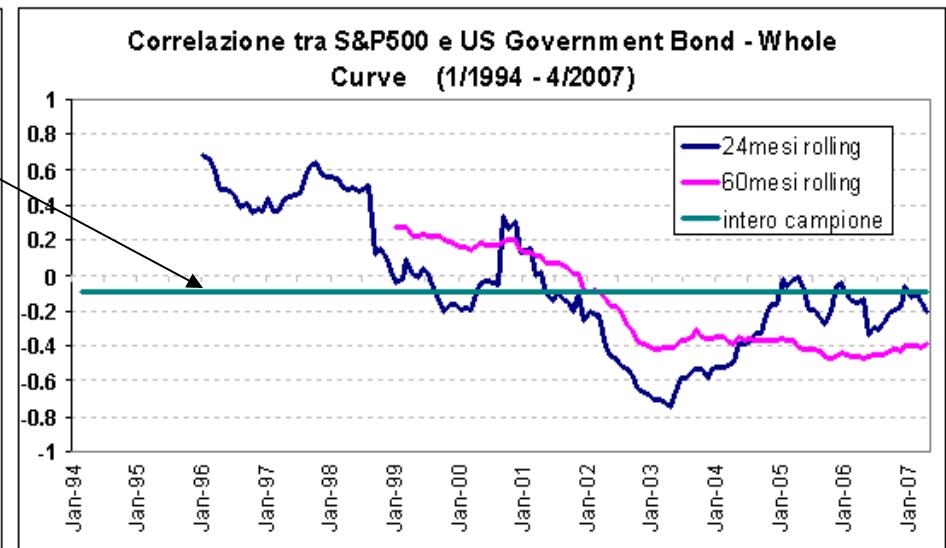
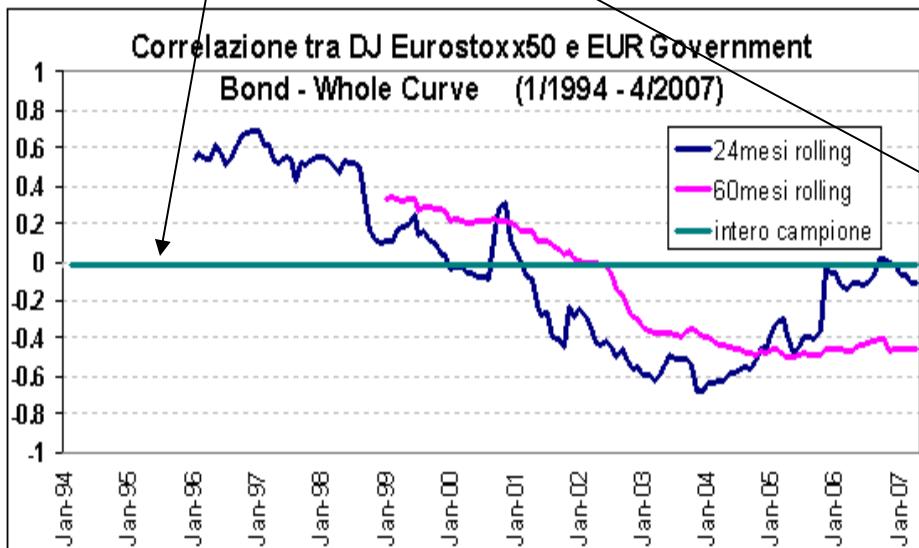
1. Equal %Contribution to Total Risk (Equal PCTR)

2. Risk parity: $\text{weight}(i) \times \text{volatility } (i) = \text{costante}$

Verifica tramite la costruzione di portafogli con **stesso rischio dei portafogli tradizionali**, ma con pesi nozionali derivanti dall'approccio Risk parity: $\text{weight}(i) \times \text{volatility } (i) = \text{costante}$

I risk parity portfolios sono anche mean-variance optimal se gli assets sottostanti:

- **hanno uguali sharpe ratios**. Ciò implica che i rendimenti attesi siano proporzionali al rischio in ciascuna asset class (gli assets sono quindi prezzati in base al loro rischio)
- **la correlazione tra gli assets è pari a zero**: solo i termini nella diagonale principale della matrice varianze-covarianze sono non-zero.

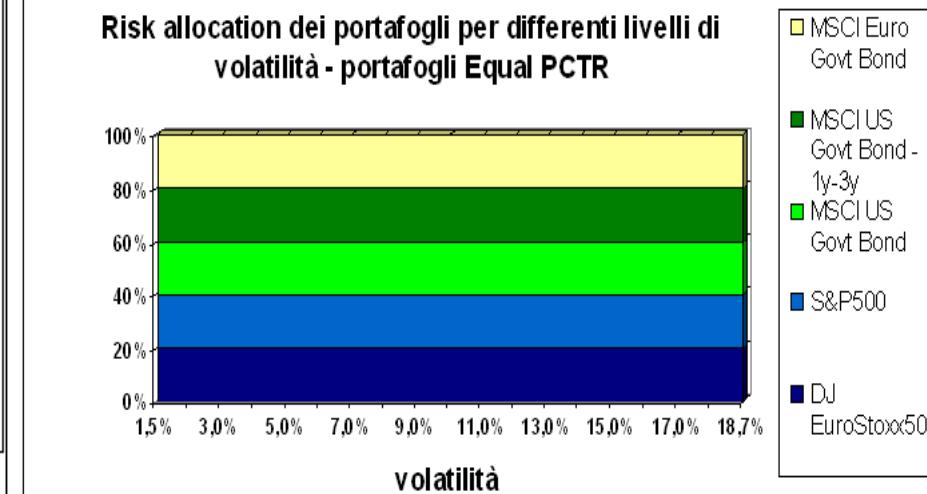
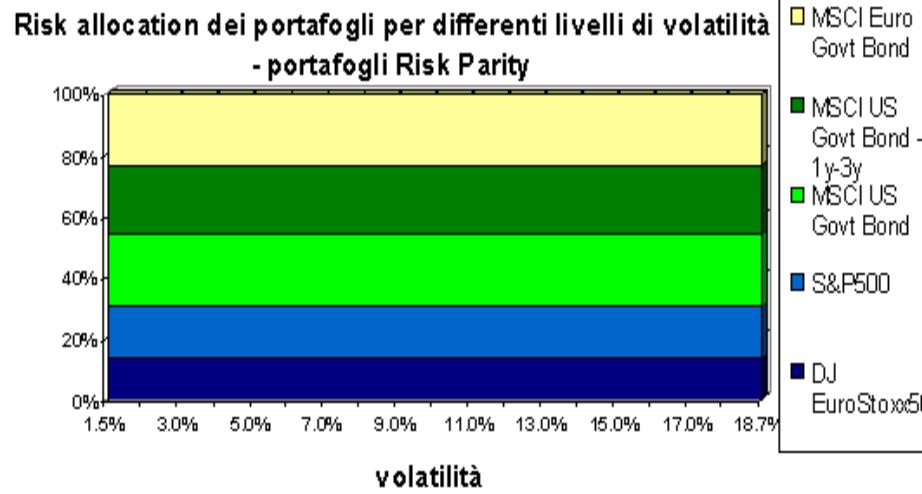


Risk parity portfolios

1. Equal % Contribution to Total Risk (Equal PCTR)

2. Risk parity: $\text{weight}(i) \times \text{volatility } (i) = \text{costante}$

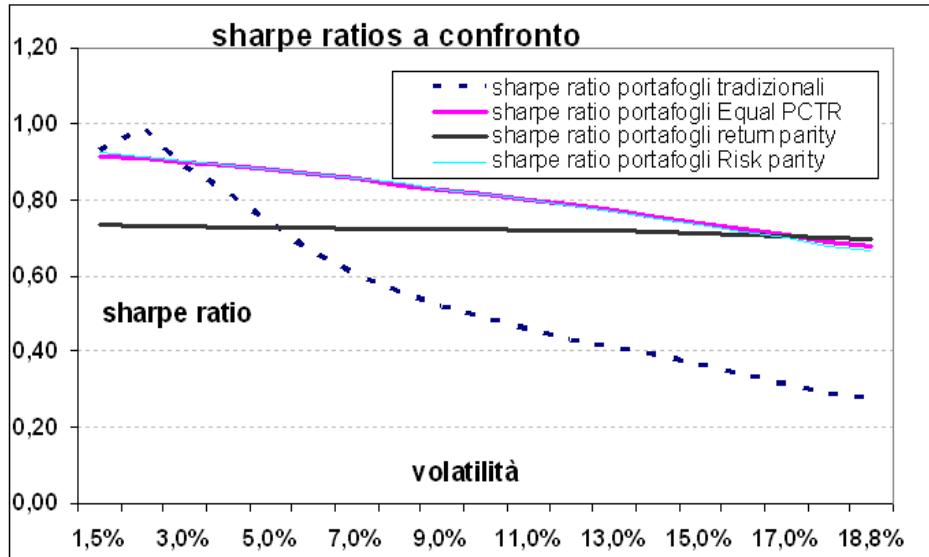
Con correlazioni prossime allo zero, le risk allocation dei portafogli Equal PCTR e Risk Parity portfolios sono sostanzialmente analoghe



Risk parity portfolios

1. Equal % Contribution to Total Risk (Equal PCTR)

2. Risk parity: $\text{weight}(i) \times \text{volatility } (i) = \text{costante}$



Sharpe ratios:

- maggiori dei portafogli tradizionali, in particolare per livelli di rischio via via più elevati
- relativamente stabili all'aumentare del rischio (per i portafogli tradizionali lo sharpe ratio decade più velocemente)

Conclusioni

Return parity and risk parity portfolios:

- Limitano il rischio di sovraesposizione ad una specifica asset class e nel contempo forniscono una ampia esposizione a tutte le asset classes, realizzando così, a parità di rendimento atteso o di rischio con portafogli tradizionali, una allocazione e quindi una **partecipazione al rendimento ed al rischio di portafoglio diversificata e proveniente da tutti i risk premium disponibili sul mercato e/o utilizzati**
- Non accettano il formato pre-packaged nel quale le singole asset class sono disponibili
- La maggiore diversificazione tra risk premium si traduce in sostanziali miglioramenti dal lato del downside (drawdown-wise)

Concentration is the natural enemy of diversification

References

Clarke R.G., "Risk Allocation and Portfolio Constraints", CFA Institute March Conference Proceedings, Marzo 2006

Dalio R., "Engineering Targeted Returns and Risks", Bridgewater, Dicembre 2005

Jensen G. e J. Rotenberg, "The Biggest Mistake in Investing", Bridgewater Daily Observation, Ottobre 2006

Quian E., "On The Financial Interpretation of Risk Contribution: Risk Budgets Do Add Up", Journal of Investment Management, 2006

Quian E., "Risk Parity Portfolios", Panagora, Settembre 2005